**CI3621 – Grafos y Flujo en Redes**

**Abril-Julio 2014**

<u>**Examen II (30%)**</u>

**1**.- *9 pts. Determine la veracidad (V, F) de las siguientes expresiones*

a) Si $f_k \geqslant 0 \;\; \forall k$ es un flujo factible para una red, ésta no tiene canalización V

b) Una red de flujo tiene a lo más una sola solución de flujo máximo F

c) En los problemas de asignación de N objetos a M tareas fluyen *Min(N,M)* unidades V

d) En redes, en promedio el BFS llega al sumidero en menos iteraciones que el DFS V

e) El Nº de CFCs* de una red de flujo bien formulada es < 2 V

f) El grafo subyacente de una red de transporte simple es bipartito V

g) En una cadena aumentante siempre hay un arco en dirección del flujo que se satura F

h) Una cadena aumentante puede reducir el flujo en un arco en contraflujo V

i) El ordenamiento topológico de una CFC* solo tiene dos niveles F

j) Si G es dirigido acíclico y su ARMin y ARMax tienen un camino $C_k$ en común, el grafo tiene al menos un puente y un punto de articulación V

k) Todo grafo dirigido conexo con *n* vértices y *n* lados tiene un circuito F

l) $K_5$ tiene un ciclo que pasa por todos sus lados una sóla vez V

m) $K_4$ tiene un ciclo que pasa por todos sus lados una sóla vez F

n) El Algoritmo de Flujo de Costo Mínimo falla si existen costos negativos F

o) El Flujo Máximo de menor costo se obtiene colocando un costo *c > 0* a $e_r=(p,s)$ F

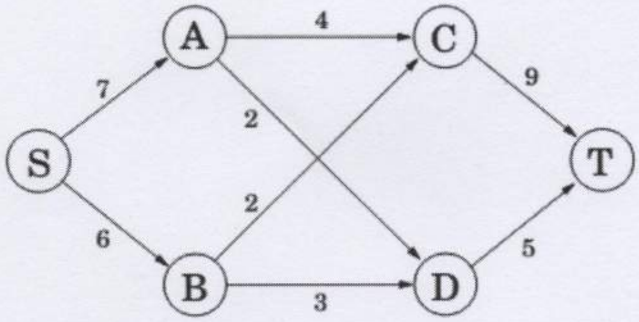
p) La apertura de caminos usando DFS es más eficiente que BFS resolviendo el FM F

q) El Flujo de Costo Mínimo siempre es cero cuando aseguramos que $b_k=0 \, \forall k$ V

r) El Flujo de Costo Mínimo es positivo cuando existen al menos un costo negativo F

*(*) Componente Fuertemente Conexa*

**2.- 6 pts** Sea la siguiente red de flujo. Los valores sobre los arcos son capacidades



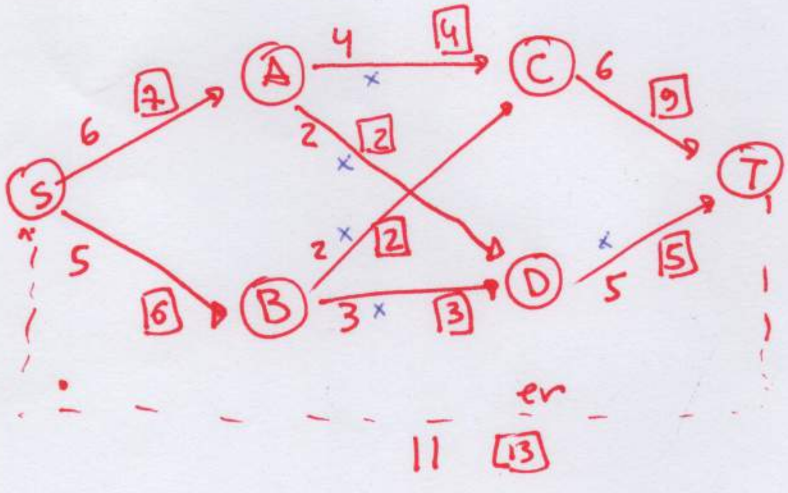

1 **a)** A primera vista, calcule una cota máxima para el flujo de esta red.

4 **b)** Resuelva la red de flujo máximo y compare con el anterior

1 **c)** Determine los arcos "cuellos de botella", es decir, aquellos arcos que cuando se incrementan su capacidad ocasionan que el flujo máximo se incremente.

a) $\text{MIN}(7+6, 9+5) = \text{MIN}(13, 14) = 13$

b)




F MAX = 11

c) AD, AC, BD, B,C,

CADENAS AUMENTANTES

<S, (S,A), A, (A,C), C, C, <C,T>, T> F = 4

<S, (S,A), A, (A,D, D, D, <D,T>, T> F = 2

<S, (S,B), B, (B,C), C, <C,T>, T> F = 2

<S, (S,B), B, (B,D), D, <D,T>, T> F = 3

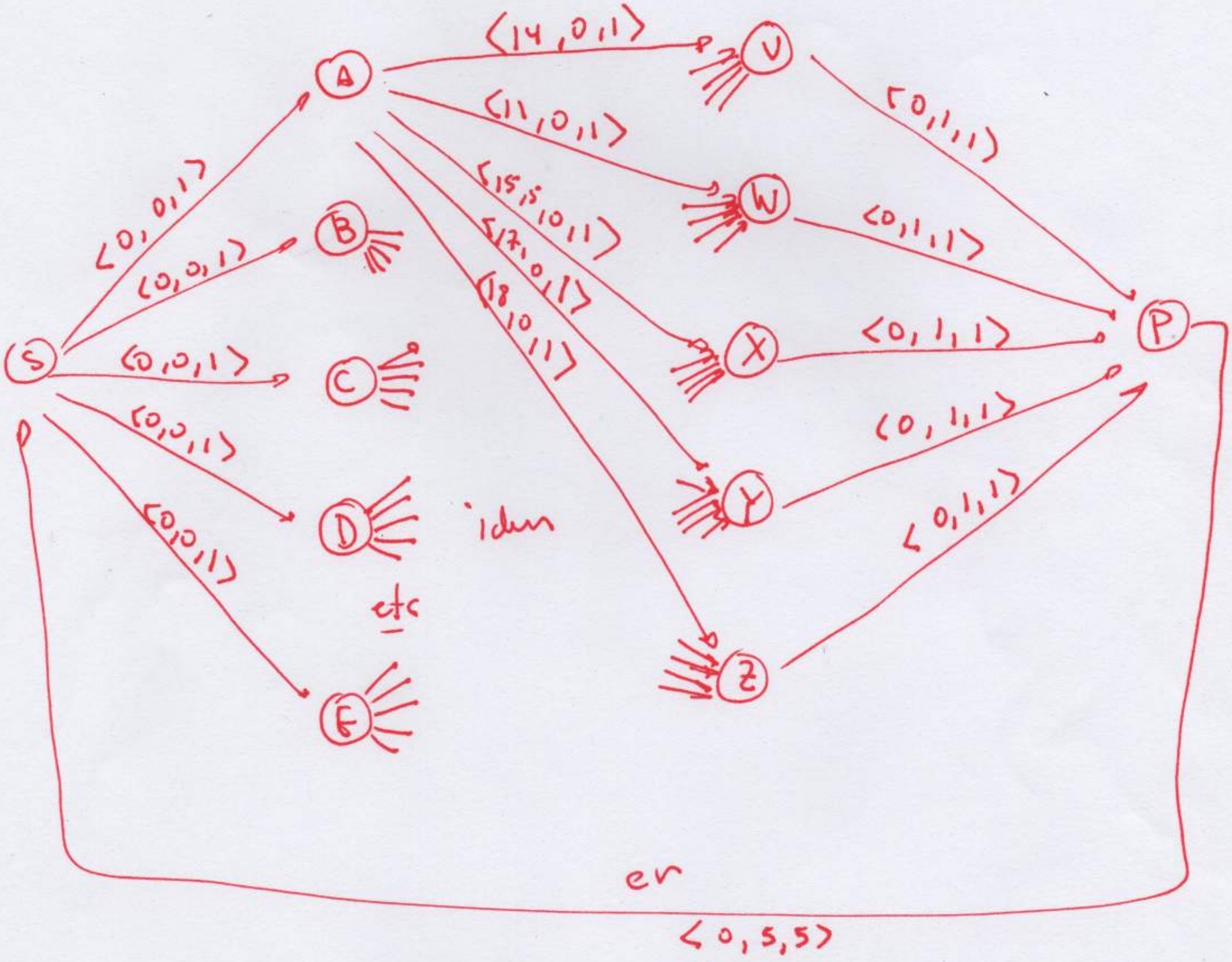
<S, (S,A), A, (A,D), D, <D,B>, B, (B,C), C, <C,T>, T> F=0

<S, (S,B), B, <B,D>, D, (D,A), A, (A,C), C, (C,T), T> F=0

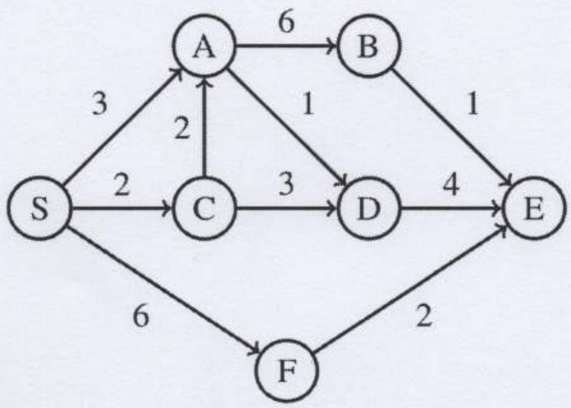
**3.- 3 pts** Una compañía de taxis tiene un taxi parado en cada uno de los centros comerciales A, B, C, D y E. Hay clientes en las urbanizaciones V, W, X, Y y Z que requieren un taxi para ir a algún otro lado. Sea la tabla el tiempo en minutos que un taxi de cada centro tomaría para llegar a cada urbanización.

| | *V* | *W* | *X* | *Y* | *Z* |
|---|---|---|---|---|---|
| ***A*** | 14,0 | 11,0 | 15,5 | 17,0 | 18,0 |
| ***B*** | 11,5 | 10,0 | 11,0 | 14,0 | 15,5 |
| ***C*** | 12,0 | 9,0 | 13,5 | 15,0 | 16,5 |
| ***D*** | 3,0 | 3,0 | 6,0 | 6,0 | 9,0 |
| ***E*** | 3,5 | 1,5 | 5,0 | 6,0 | 8,5 |

*Formule* este problema de asignación como un problema de flujo, de manera que se *minimize* el costo de enviar un taxi a cada cliente.



**4.- 6 pts.** Sea la siguiente red de distancias.

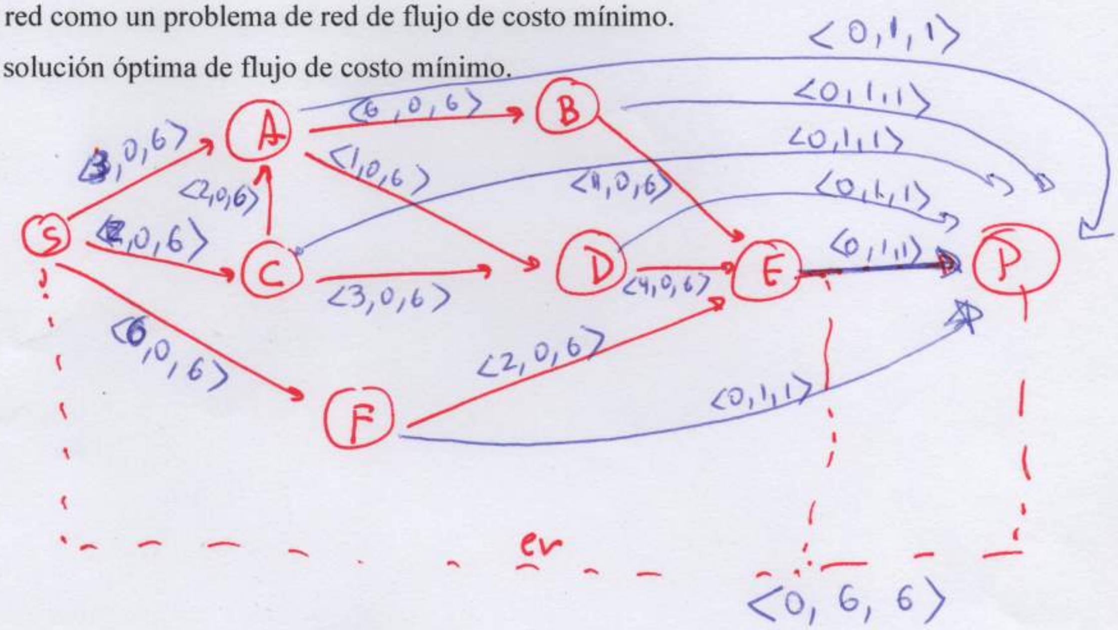



4 **a)** Formule esta red como un problema de red de flujo de costo mínimo.

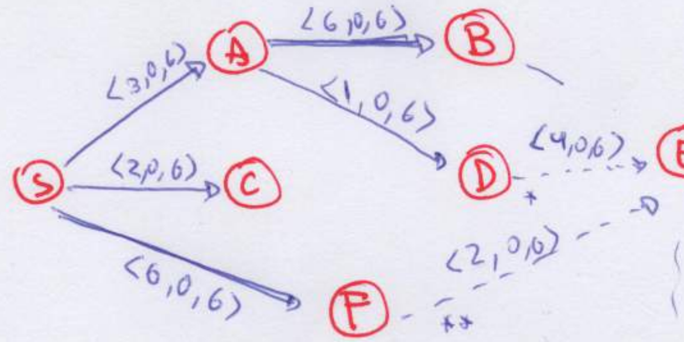
2. **b)** Obtenga una solución óptima de flujo de costo mínimo.

a)

6 ciudades
$C_{MAX} = 6$




b)




* Alternativos
**

**5.- 6 pts.** Un criador de cachamas mantiene los peces en un sólo tanque. Tiene un contrato para suministrar un número fijo de peces al final de cada mes para el período enero-marzo. El precio de venta que recibe por pez depende del mes y el tamaño de pescado, según la Tabla I:

**Tabla I**

| | Tamaño (cm) | | |
|---|---|---|---|
| **Mes** | ***20*** | ***23*** | ***26*** |
| ***ene*** | 10 | 15 | --- |
| ***feb*** | 8 | 10 | 14 |
| ***mar*** | 4 | 6 | 10 |

**Tabla II**

| | Tasa | | |
|---|---|---|---|
| **Tamaño (cm)** | **1** | **2** | **3** |
| **20** | *1* | *2* | *5* |
| **23** | *3* | *4* | *7* |
| **26** | *5* | *6* | *---* |

Al comienzo de Enero todos los peces tienen 20 cm. Cada mes, se puede escoger entre 3 tasas de alimentación. La tasa 1 mantiene al pescado en su tamaño actual, la tasa 2 incrementa su tamaño en 3 cm en un mes, y la tasa 3 incrementa su tamaño en 6 cm en un mes. El costo de alimentación viene dado por la Tabla II.

*Formule* como un problema de flujo de redes que maximize el beneficio y que determine la mejor estrategia de alimentación.

Fluyen Peces de un tamaño a otro Mes a Mes